

RENCANA PEMBELAJARAN SEMESTER (RPS)

KKEA13109

KKEM13104

MATEMATIKA BISNIS

Disusun oleh:

Dr. Ir. Zefriyenni, MM

Hilda Mary, SE, MM

Chintya Ones Charli, SE, MM

PROGRAM STUDI S1

FAKULTAS EKONOMI DAN BISNIS

UNIVERSITAS PUTRA INDONESIA “YPTK” PADANG

LEMBAR PENGESAHAN

Rencana Pembelajaran Semester (RPS) ini telah disahkan untuk mata kuliah sbb:

Kode Mata Kuliah :

Nama Mata Kuliah : **MATEMATIKA BISNIS**

Padang, 2020
Menyetujui

Hj. Yosi Yulia, SE.MM.Ak.CA

DAFTAR ISI

LEMBAR PENGESAHAN.....	ii
DAFTAR ISI.....	iii
A. PROFIL MATA KULIAH.....	1
B. RENCANA PEMBELAJARAN SEMESTER (RPS)	2
C. PERSENTASE KOMPONEN NILAI	6
D. PENENTUAN NILAI AKHIR MATA KULIAH	6

A. PROFIL MATA KULIAH

IDENTITAS MATA KULIAH

Nama Mata Kuliah	:	MATEMATIKA BISNIS	
Kode Mata Kuliah	:		
SKS	:	3	
Jenis	:	MK Wajib	
Jam pelaksanaan	:	Tatap muka di kelas	= 3 x 50 menit per minggu
		Responsi	= 1 x 50 menit per minggu
Semester / Tingkat	:	1 / 1	
Pre-requisite	:	-	
Co-requisite	:		
Bidang Kajian	:		

DESKRIPSI SINGKAT MATA KULIAH

Ruang lingkup mata kuliah matematika ekonomi membahas tentang himpunan, system bilangan, akar pangkat dan logaritma, fungsi linier, barisan dan deret serta aplikasinya dalam ekonomi. Kaitannya dengan kompetensi lulusan Program Studi yang telah ditetapkan, mata kuliah ini mendukung kompetensi lulusan untuk dapat menerapkan matematika dalam ekonomi. Perkuliahan diberikan melalui tatap muka, diskusi, dan penugasan. Evaluasi mencakup Ujian Akhir Semester (UAS), Ujian Tengah Semester (UTS), Tugas-tugas dan Partisipasi dan aktivitas kelas.

DAFTAR PUSTAKA

- A. 1. Josep Bintang Kalangi, "Matematika Ekonomi dan Bisnis" Edisi 2 Buku 1 dan 2, Salemba Empat, 2006
2. Haeussler Paul Wood "Pengantar Matematika Ekonomi untuk Analisis Bisnis dan Ilmu-ilmu Sosial", Jilid 1 Edisi Ketigabelas, Erlangga, 2011
3. Budi Frensidy, "Matematika Keuangan", Edisi 3, Salemba Empat, 2010

B. RENCANA PEMBELAJARAN SEMESTER (RPS)

Pertemuan ke-	Kemampuan Akhir yang Diharapkan	Bahan Kajian (Materi Ajar)	Bentuk/ Metode/ Strategi Pembelajaran	Kriteria Penilaian (Indikator)	Bobot Nilai
1	<ul style="list-style-type: none"> Mahasiswa mampu memahami dan menyelesaikan berbagai perhitungan mengenai definisi matriks, jenis matriks, operasi serta perhitungan invers matriks 	<ul style="list-style-type: none"> Definisi Matriks, Jenis-jenis Matriks (vektor, bujur sangkar, identitas, transpose) 	<ul style="list-style-type: none"> Ceramah latihan 	Penyelesaian masalah dalam bentuk kasus	
2	<ul style="list-style-type: none"> Mahasiswa mampu memahami dan menyelesaikan berbagai perhitungan mengenai definisi matriks, jenis matriks, operasi serta perhitungan invers matriks 	<ul style="list-style-type: none"> Rewiew operasi matriks: penambahan, perkalian skalar dan perkalian matriks Perhitungan invers matriks 	<ul style="list-style-type: none"> Ceramah latihan 	Penyelesaian masalah dalam bentuk kasus	
3	<ul style="list-style-type: none"> Mahasiswa mampu memahami dan menghitung Aplikasi matriks pada permasalahan bisnis 	<ul style="list-style-type: none"> Analisa Input dan Output 	<ul style="list-style-type: none"> Ceramah latihan 	Penyelesaian masalah dalam bentuk kasus	

Pertemuan ke-	Kemampuan Akhir yang Diharapkan	Bahan Kajian (Materi Ajar)	Bentuk/ Metode/ Strategi Pembelajaran	Kriteria Penilaian (Indikator)	Bobot Nilai
4	<ul style="list-style-type: none"> Mahasiswa mampu memahami dan menghitung Penyelesaian Persamaan Linear 	<ul style="list-style-type: none"> Aturan Cramer Penurunan Aturan Cramer Metode Eliminasi Gauss Jordan 	<ul style="list-style-type: none"> Ceramah latihan 	Penyelesaian masalah dalam bentuk kasus	
5	<ul style="list-style-type: none"> Anuitas 	<ul style="list-style-type: none"> Definisi Anuitas Persamaan Anuitas Nilai Sekarang Menghitung Besar cicilan 	<ul style="list-style-type: none"> Ceramah latihan 	Penyelesaian masalah dalam bentuk kasus	
6	<ul style="list-style-type: none"> Anuitas 	<ul style="list-style-type: none"> Menghitung Jumlah Periode Menghitung tingkat Bunga Persamaan Anuitas Nilai Akan Datang 	<ul style="list-style-type: none"> Ceramah latihan 	Penyelesaian masalah dalam bentuk kasus	
7	<ul style="list-style-type: none"> Membahas contoh soal anuitas 		<ul style="list-style-type: none"> latihan 	Penyelesaian masalah dalam bentuk kasus	

Pertemuan ke-	Kemampuan Akhir yang Diharapkan	Bahan Kajian (Materi Ajar)	Bentuk/ Metode/ Strategi Pembelajaran	Kriteria Penilaian (Indikator)	Bobot Nilai
8	Quiz				
UTS					30%
10	<ul style="list-style-type: none"> Mahasiswa mampu menghitung dan membuat tabel penyusutan menggunakan metode tertentu 	<ul style="list-style-type: none"> Metode Garis Lurus Metode Saldo Menurun Metode Saldo Menurun Ganda 	<ul style="list-style-type: none"> Ceramah latihan 	Penyelesaian masalah dalam bentuk kasus	
11	<ul style="list-style-type: none"> Mahasiswa mampu menghitung dan membuat tabel penyusutan menggunakan metode tertentu 	<ul style="list-style-type: none"> Metode Jumlah Angka Tahun Metode Bunga Efektif Metode Unit Produksi 	<ul style="list-style-type: none"> Ceramah latihan 	Penyelesaian masalah dalam bentuk kasus	
12	<ul style="list-style-type: none"> Obligasi 	<ul style="list-style-type: none"> Obligasi Berbunga Penentuan Harga Wajar Amortisasi Premium dan Diskon Obligasi Obligasi Tak Berbunga 	<ul style="list-style-type: none"> Ceramah 	Penyelesaian masalah dalam bentuk kasus	

13	<ul style="list-style-type: none"> • Saham 	<ul style="list-style-type: none"> • Saham Yang Tidak Membagikan Deviden • Saham dengan Deviden Tak Berpola • Saham dengan Deviden Konstan • Saham dengan Pertumbuhan Konstan • Saham dengan Pertumbuhan Supernormal • Tingkat Diskonto • Metode Kelipatan Harga 	<ul style="list-style-type: none"> • latihan 	Penyelesaian masalah dalam bentuk kasus	
14	Membahas contoh soal	<ul style="list-style-type: none"> • Penyusutan • Obligasi • Saham 	<ul style="list-style-type: none"> • latihan 	Penyelesaian masalah dalam bentuk kasus	
15	QUIZ		<ul style="list-style-type: none"> • latihan 	Penyelesaian masalah dalam bentuk kasus	
UAS					40%

C. PERSENTASE KOMPONEN PENILAIAN

1. Tugas : 10%
2. Kuis : 10%
3. Absensi : 10%
3. UTS : 30%
4. UAS : 40%

D. PENENTUAN NILAI AKHIR MATA KULIAH

Nilai Angka (NA)	Nilai Huruf (NH)
$NA \geq 80$	A
$65 \leq NA \leq 79$	B
$55 \leq NA \leq 64$	C
$45 \leq NA \leq 54$	D
$NA < 45$	E



ANUITAS DI MUKA DAN ANUITAS DITUNDA

Pendahuluan

- Pembayaran dilakukan setiap awal periode atau mulai hari ini.
- Pembayaran pertama pada anuitas biasa (akhir periode 1) sama dengan pembayaran kedua pada anuitas dimuka (awal periode 2).
- Perbedaan anuitas di muka dengan anuitas biasa adalah pembayaran pertama pada anuitas di muka diganti dengan pembayaran terakhir pada anuitas biasa, sementara $(n-1)$ pembayaran lainnya adalah sama.
- Pembayaran ke-2 pada anuitas di muka = pembayaran ke-1 anuitas biasa, pembayaran ke-3 anuitas di muka = pembayaran ke-2 anuitas biasa, demikian seterusnya.

Anuitas Di Muka / annuity due untuk Nilai Sekarang

$$PV_{DUE} = \left[\frac{(1 - (1 + i)^{-n+1})}{i} + 1 \right] A$$

dengan:

PV = *present value* atau nilai di awal periode
atau nilai sekarang

i = tingkat bunga per periode

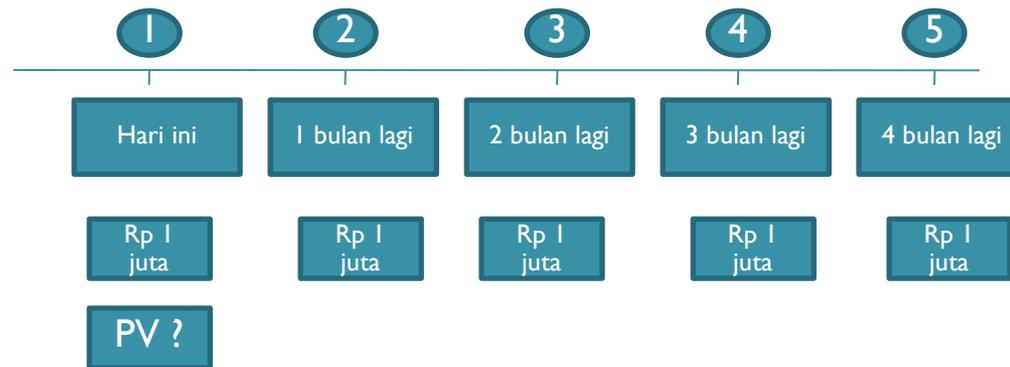
n = jumlah periode

A = anuitas atau pembayaran per periode

Contoh 5.1

Hitunglah nilai sekarang dari Rp 1.000.000 yang diterima setiap bulan selama 5 kali mulai hari ini jika tingkat bunga yang relevan adalah 18% p.a. atau 1,5% per bulan.

Jawab:



$$PV = \left[\frac{(1 - (1+i)^{-n+1})}{i} + 1 \right] A$$

$$PV = \left[\frac{(1 - (1 + 0,015)^{-5+1})}{0,015} + 1 \right] \text{Rp } 1.000.000$$

$$PV = \text{Rp } 4.854.380$$

Contoh 5.3

Bimbi meminjam Rp 10.000.000 dengan bunga 12% p.a. Jika pinjaman harus dilunasi dalam 24 kali cicilan bulanan mulai hari ini, berapa besar cicilan?

$$A = \frac{PV}{\left[\left(\frac{1 - (1 + i)^{-n+1}}{i} \right) + 1 \right]} = \frac{\text{Rp } 10.000.000}{\left[\left(\frac{1 - (1 + 0,01)^{-23}}{0,01} \right) + 1 \right]}$$

$$A = \text{Rp } 466.073,98$$

Contoh 5.5

Seorang karyawan yang sudah bekerja selama 30 tahun harus purnabakti dan mendapatkan uang pensiun sebesar Rp 200.000.000 sekaligus. Dia memutuskan untuk mengambil sebesar Rp 6.000.000 setiap 3 bulan mulai hari ini dan menyimpan sisanya dalam deposito 3 bulanan dengan bunga sebesar 6% p.a. Dalam berapa tahun depositonya akan habis?

Jawab:

Karena uang pensiun pertama sebesar Rp 6.000.000 akan langsung diambil dari Rp 200.000.000 maka $PV = \text{Rp } 194.000.000$ dengan $i = 1,5\%$ per 3 bulan, $A = \text{Rp } 6.000.000$

$$n = - \frac{\log \left(1 - \frac{PV \times i}{A} \right)}{\log (1 + i)}$$

$$n = - \frac{\log \left(1 - \frac{\text{Rp } 194.000.000 \times 0,015}{\text{Rp } 6.000.000} \right)}{\log (1 + 0,015)}$$

$$n = - \frac{\log 0,515}{\log 1,015}$$

$$n = 44,570 \text{ periode atau } 44,570 \times 3 \approx 11,14 \text{ tahun}$$

Contoh 5.6

Sebuah perhiasan berharga tunai Rp 30.000.000 bisa dibeli dengan 12 kali angsuran bulanan masing-masing sebesar Rp 2.758.973 dimulai pada hari pembelian. Berapa tingkat bunga yang dikenakan?

Jawab:

Karena pembayaran pertama adalah pada tanggal transaksi jual beli maka soal tersebut dapat disederhanakan menjadi utang Rp 27.241.027 ($\text{Rp } 30.000.000 - \text{Rp } 2.758.973$) dibayar dengan 11 kali cicilan bulanan sebesar Rp 2.758.973 mulai bulan depan.

Sehingga mencari i pada kasus ini sama seperti mencari i pada kasus anuitas biasa.

$$PV = \frac{(1 - (1 + i)^{-n})}{i} A$$

$$Rp\ 27.241.027 = \frac{(1 - (1 + i)^{-11})}{i} Rp\ 2.758.973$$

$$\frac{Rp\ 27.241.027}{Rp\ 2.758.973} = \frac{(1 - (1 + i)^{-11})}{i}$$

$$9,8736 = \frac{(1 - (1 + i)^{-11})}{i}$$

Dengan *trial and error*, diperoleh $i = 1,85\%$ per bulan atau $22,2\%$ p.a.

Anuitas Di Muka untuk Nilai Akan Datang

$$FV_{\text{DUE}} = \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] A(1+i)$$

dengan

FV = *future value* atau nilai di akhir periode ke- n
atau nilai akan datang

i = tingkat bunga per periode

n = jumlah periode

A = anuitas atau pembayaran per periode

Contoh 5.8

Hitunglah nilai akan datang (pada akhir tahun ke-5) dari tabungan Rp 1.000.000 yang disetorkan setiap tahun selama 5 kali mulai hari ini jika tingkat bunga 10% p.a. diperhitungkan tahunan.

Jawab:



$$FV_{DUE} = \left[\frac{(1 + 0,1)^5 - 1}{0,1} \right] \text{Rp } 1.000.000 (1 + 0,1)$$

$$FV_{DUE} = (6,1051) \times \text{Rp } 1.000.000 \times 1,1$$

$$FV_{DUE} = \text{Rp } 6.715.610$$

Contoh 5.10

Seseorang ingin memiliki uang sebesar Rp 500.000.000 pada saat ia pensiun nanti, tepatnya 20 tahun lagi. Untuk tujuan itu, dia akan menyisihkan gajinya setiap bulan untuk ditabung mulai hari ini karena hari ini adalah hari gajian selama 20 tahun ke depan. Berapa besar tabungan bulanan yang harus ia lakukan jika tingkat bunga 9% p.a.?

Jawab:

$$A = \frac{FV}{\left[\left(\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right) (1+i) \right]}$$

$$A = \frac{\text{Rp } 500.000.000}{\left[\left(\frac{(1+0,0075)^{240} - 1}{0,0075} \right) (1,0075) \right]}$$

$$A = \text{Rp } 743.056,85$$

Contoh 5.12

Seorang pedagang kecil berencana untuk menabung Rp 1.000.000 setiap bulan untuk bisa mendapatkan uang sebesar Rp 20.000.000. Jika tingkat bunga yang bisa didapatnya adalah 6% p.a., berapa lama waktu yang diperlukan?

Jawab:

$$n = \frac{\log \left(1 + \frac{FV \times i}{A(1+i)} \right)}{\log (1+i)}$$

$$n = \frac{\log \left(1 + \frac{\text{Rp } 200.000.000 \times 0,005}{\text{Rp } 1.000.000 (1 + 0,005)} \right)}{\log (1 + 0,005)}$$

$$n = 19,02 \text{ bulan} \approx 19 \text{ bulan}$$

Contoh 5.13

Delapan kali setoran masing-masing Rp 350.000 mulai hari ini menjadi Rp 3.342.500 pada akhir bulan ke-8. Berapa tingkat bunga per periode?

$$\frac{FV}{A} = \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] (1+i)$$

$$\frac{\text{Rp } 3.342.500}{\text{Rp } 350.000} = \left[\frac{(1+i)^8 - 1}{i} \right] (1+i)$$

$$9,55 = \left[\frac{(1+i)^8 - 1}{i} \right] (1+i)$$

Dengan *trial and error*, kita akan mendapatkan $i = 3,92\%$

Anuitas Ditunda

- Dalam anuitas biasa, periode pertama angsuran adalah satu periode lagi atau di akhir setiap periode
- Dalam anuitas di muka, periode pertama angsuran adalah mulai hari ini atau di awal periode, sehingga periode keduanya adalah satu periode lagi. Karenanya, angsuran kedua dalam anuitas di muka adalah persis angsuran pertama dalam anuitas biasa
- Dalam anuitas ditunda, periode pertama angsuran adalah bukan satu periode lagi, bukan di akhir periode, dan juga tidak di awal periode atau hari ini; tetapi setelah beberapa periode berlalu

Persamaan Anuitas Ditunda

- Persamaan anuitas ditunda adalah gabungan dari persamaan nilai sekarang anuitas biasa dan persamaan nilai sekarang untuk nilai tunggal.
- Pertama, kita mencari PV pada periode $m-1$.
- Selanjutnya, kita mendiskontokan nilai ini untuk memperoleh PV pada $t = 0$.

$$PV = \frac{\left(\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right) A}{(1+i)^{m-1}}$$

dengan:

- PV = *present value* atau nilai sekarang untuk anuitas ditunda
- i = tingkat bunga per periode
- n = jumlah periode pembayaran
- m = jumlah periode penundaan
- A = anuitas atau pembayaran per periode

Contoh 5.14

Hitunglah nilai sekarang dari aliran kas sebesar Rp 1.000.000 setiap tahun selama 4 kali yang dimulai 5 tahun lagi jika $i = 10\%$ p.a.

Jawab:

$$m = 5$$

$$i = 10\% = 0,1$$

$$n = 4$$

$$A = \text{Rp } 1.000.000$$

$$PV = \frac{\left(\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right) A}{(1+i)^{m-1}}$$

$$PV = \frac{\left(\frac{1 - (1+0,1)^{-4}}{0,1} \right) \text{Rp } 1.000.000}{(1,1)^4}$$

$$PV = \text{Rp } 2.165.060,75$$

Contoh 5.15

Berapa nilai sekarang dari contoh di atas jika pembayaran pertama adalah di awal tahun ke-5?

Jawab:

$$PV = \frac{\left(\frac{1 - (1+i)^{-n+1}}{i} + 1 \right) A}{(1+i)^{m-1}}$$

$$PV = \frac{\left(\frac{1 - (1,1)^{-3}}{0,1} + 1 \right) \text{Rp } 1.000.000}{(1,1)^4}$$

$$PV = \text{Rp } 2.381.566,83$$

Matematika Keuangan Dan Ekonomi



*Indra
Maipita*

OBLIGASI



Terdapat 2 jenis pembiayaan :

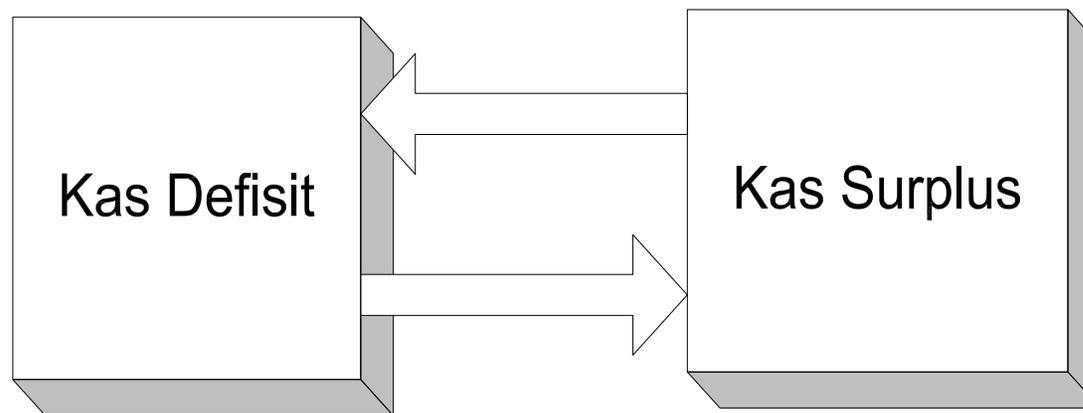
1. Pembiayaan tak langsung (*indirect financing*)

Ada perantara yang memperoleh keuntungan, sehingga keuntungan dari pihak pemegang kas surplus berkurang dan pihak kas defisit harus membayar bunga lebih tinggi.



2. Pembiayaan langsung (*direct financing*)

Tidak ada perantara, sehingga keuntungan dari pihak pemegang kas surplus lebih besar dan pihak kas defisit membayar bunga lebih rendah.



Pihak pemegang kas surplus lebih menyukai menerima bunga 10% daripada 7% dan pihak kas defisit lebih suka membayar 10% daripada 14%.

Dana

- TM Obligasi merupakan surat utang jangka panjang yang dikeluarkan peminjam (emiten) kepada pemberi pinjaman (investor)
- TM Daya tarik obligasi sebagai investasi adalah investor mendapatkan pengembalian yang lebih besar daripada bunga deposito atau tabungan dan sifatnya yang cukup likuid sebagai produk pasar modal (diperdagangkan di BES)
- TM Daya tarik obligasi sebagai surat utang adalah tingkat bunga yang dibayarkan emiten/peminjam lebih rendah daripada bunga pinjaman bank
- TM Investor obligasi mengharapkan mendapatkan imbal hasil (disebut yield) atas investasinya



Obligasi Berbunga (Coupon Bond)

- TM Obligasi berbunga merupakan obligasi yang memberikan bunga secara periodik kepada pemegangnya
- TM Setiap obligasi berbunga memuat :
- f Nilai nominal \mathcal{A} besarnya utang yang akan dilunasi pada saat jatuh tempo
 - f Tanggal jatuh tempo \mathcal{A} tanggal pelunasan obligasi
 - f Tingkat bunga obligasi atau kupon yang biasanya dinyatakan per tahun (p.a.)
 - f Tanggal pembayaran bunga (apakah bunga setahun sekali atau setahun dua kali)



Penentuan Harga Wajar

$$P = \frac{(1 - (1+i)^{-n}) C}{i} + \frac{F}{(1+i)^n}$$

$$P = F + (c - i) F \frac{(1 - (1+i)^{-n})}{i}$$

dengan :

- F = Nilai nominal atau nilai pari obligasi
- c = Tingkat bunga (kupon) obligasi per periode
- C = Pembayaran bunga per periode
- i = *Yield* per periode
- n = Jumlah periode
- P = Harga wajar obligasi



Contoh 1

Sebuah obligasi bernilai nominal Rp 100.000.000 dengan bunga $j_2 = 12\%$ jatuh tempo dalam 10 tahun. Tentukan harga wajar obligasi jika investor mengharapkan *yield*:

- a. 14% p.a.
- b. 10% p.a.

Jawab : a. $F = \text{Rp } 100.000.000$

$$c = \frac{12\%}{2} = 6\%$$

$$C = 6\% \times \text{Rp } 100.000.000 = \text{Rp } 6.000.000$$

$$n = 10 \text{ tahun} = 20 \text{ semester}$$

$$i = \frac{14\%}{2} = 7\%$$



$$P = \frac{(1 - (1 + i)^{-n}) C}{i} + \frac{F}{(1 + i)^n}$$

$$P = \frac{(1 - (1 + 7\%)^{-20}) \text{Rp } 6.000.000}{7\%} + \frac{\text{Rp } 100.000.000}{(1 + 7\%)^{20}}$$

$$P = \text{Rp } 63.564.085,47 + \text{Rp } 25.841.900,28$$

$$P = \text{Rp } 89.405.985,75$$

b. Jika $i = \frac{10\%}{2} = 5\%$ maka :

$$P = \frac{(1 - (1 + 5\%)^{-20}) \text{Rp } 6.000.000}{5\%} + \frac{\text{Rp } 100.000.000}{(1 + 5\%)^{20}}$$

$$P = \text{Rp } 74.773.262,05 + \text{Rp } 37.688.948,29$$

$$P = \text{Rp } 112.462.210,34$$



Obligasi Dapat Ditebus (Callable Bond)

- TM *Callable bond* merupakan obligasi yang dapat ditebus sebelum jatuh tempo
- TM Hak penebusan ini digunakan emiten jika tingkat bunga pasar lebih rendah dari pada tingkat bunga obligasi dan tidak digunakan jika tingkat bunga pasar lebih tinggi dari pada tingkat bunga obligasi
- TM Karena *callable bond* itu menguntungkan emiten dan merugikan investor
- TM *Callable bond* menimbulkan masalah dalam perhitungan harga wajar karena jangka waktu obligasi hingga dilunasi tidak pasti



Contoh 2

PT XYZ menerbitkan obligasi dengan nilai pari Rp 1 milyar berjangka waktu 20 tahun dengan bunga $j_2 = 12\%$. Obligasi itu dapat ditebus pada akhir tahun ke-10 pada harga 110 atau pada akhir tahun ke-15 pada harga 105. Berapa harga obligasi yang menjamin investor memperoleh *yield* minimum $j_2 = 11\%$?

Jawab:

$$F = P_{20} = \text{Rp } 1.000.000.000$$

$$P_{10} = \text{Rp } 1.100.000.000$$

$$P_{15} = \text{Rp } 1.050.000.000$$

$$n = 20 \text{ tahun} = 40 \text{ semester}$$

$$n_{\text{penebusan}} = 10 \text{ tahun (20 semester) dan } 15 \text{ tahun (30 semester)}$$

$$c = 12\% \text{ p.a.} = 6\% \text{ per semester}$$

$$C = 6\% \times \text{Rp } 1.000.000.000 = \text{Rp } 60.000.000$$

$$i = 11\% \text{ p.a.} = 5,5\% \text{ per semester}$$



* Harga wajar jika obligasi ditebus setelah 10 tahun :

$$P = \frac{(1 - (1 + 5,5\%)^{-20}) \text{Rp } 60.000.000}{5,5\%} + \frac{\text{Rp } 1.000.000.000}{(1 + 5,5\%)^{20}}$$

$$P = \text{Rp } 717.022.949 + \text{Rp } 377.001.859,7$$

$$P = \text{Rp } 1.094.024.808,7$$

* Harga wajar jika obligasi ditebus setelah 15 tahun :

$$P = \frac{(1 - (1 + 5,5\%)^{-30}) \text{Rp } 60.000.000}{5,5\%} + \frac{\text{Rp } 1.050.000.000}{(1 + 5,5\%)^{30}}$$

$$P = \text{Rp } 872.024.710,2 + \text{Rp } 210.676.216,4$$

$$P = \text{Rp } 1.082.700.926,6$$



* Harga wajar jika obligasi ditebus setelah 20 tahun :

$$P = \frac{(1 - (1 + 5,5\%)^{-40}) \text{Rp } 60.000.000}{5,5\%} + \frac{\text{Rp } 1.000.000.000}{(1 + 5,5\%)^{40}}$$

$$P = \text{Rp } 962.767.481,1 + \text{Rp } 117.463.142,3$$

$$P = \text{Rp } 1.080.230.623,4$$

Harga yang menjamin *yield* minimum investor $j_2 = 11\%$ adalah harga terendah di antara ketiga harga di atas yaitu Rp 1.080.230.623,4



Amortisasi Premium Dan Diskon Obligasi

TM Jika yield sama dengan bunga obligasi yang dibayarkan maka harga wajar obligasi adalah sebesar nilai nominal pari-nya.

TM Jika yield lebih rendah dari bunga obligasi yang dibayarkan, hal ini lebih menarik investor sehingga bersedia membayar di atas nilai nominalnya Æ obligasi dijual dengan premium.

TM Jika yield lebih tinggi dari bunga obligasi yang dibayarkan, hal ini kurang menarik investor sehingga harus dijual di bawah nilai nominalnya Æ obligasi dijual dengan diskon.
periodik hingga tidak ada lagi pada saat jatuh tempo
disebut amortisasi premium/diskon atau amortisasi
Penyesuaian nilai premium dan diskon obligasi secara
agio/disagio



Contoh 3

Susunlah tabel amortisasi sebuah obligasi bernilai nominal Rp 500.000.000, jatuh tempo 10 tahun lagi dengan kupon $j_1 = 15\%$ jika investor mengharapkan *yield* 10% p.a.

Jawab:

Harga wajar obligasi :

$$P = F + (c - i) F \frac{(1 - (1 + i)^{-n})}{i}$$

$$P = \text{Rp } 500.000.000 + (15\% - 10\%) \text{ Rp } 500.000.000 \frac{(1 - (1 + 10\%)^{-10})}{10\%}$$

$$P = \text{Rp } 500.000.000 + \text{Rp } 153.614.177,6$$

$$P = \text{Rp } 653.614.177,6$$



Tabel Amortisasi Premium Obligasi

A	B	C	D (B - C)	E (E - D)
Periode	Bunga Dibayarkan	Bunga Efektif (10% x Nilai Buku)	Amortisasi Premium	Nilai Buku
				653.614.177,6
1	75.000.000	65.361.417,8	9.638.582,2	643.975.595,4
2	75.000.000	64.397.559,5	10.602.440,5	633.373.154,9
3	75.000.000	63.337.315,5	11.662.684,5	621.710.470,4
4	75.000.000	62.171.047,0	12.828.953,0	608.881.517,4
5	75.000.000	60.888.151,7	14.111.848,3	594.769.669,2
6	75.000.000	59.476.966,9	15.523.033,1	579.246.636,1
7	75.000.000	57.924.663,6	17.075.336,4	562.171.299,7
8	75.000.000	56.217.130,0	18.782.870,0	543.388.429,7
9	75.000.000	54.338.843,0	20.661.157,0	522.727.272,6
10	75.000.000	52.272.727,4	22.727.272,6	500.000.000,0

* 52.272.727,4 pembulatan dari 52.272.727,3



Contoh 4

Susunlah tabel amortisasi sebuah obligasi bernilai nominal Rp 1.000.000.000, yang dikeluarkan 1 Januari 2004 dan jatuh tempo 5 tahun lagi dengan kupon $j_2 = 8\%$ jika investor mengharapkan *yield* 10% p.a. Hitung juga nilai buku obligasi per 1 Juli 2006.

Jawab:

Harga wajar obligasi :

$$P = F + (c - i) F \frac{(1 - (1 + i)^{-n})}{i}$$

$$P = \text{Rp } 1.000.000.000 + (4\% - 5\%) \text{ Rp } 1.000.000.000 \frac{(1 - (1 + 5\%)^{-10})}{5\%}$$

$$P = \text{Rp } 1.000.000.000 - \text{Rp } 77.217.349,3$$

$$P = \text{Rp } 922.782.650,7$$



Tabel Amortisasi Diskon Obligasi

A	B	C	D (C - B)	E (E + D)
Periode	Bunga Dibayarkan	Bunga Efektif (5% x Nilai Buku)	Amortisasi Diskon	Nilai Buku
1-Jan-04	n			922,782,650.7
1-Jul-04	40,000,000.0	46,139,132.5	6,139,132.5	928,921,783.2
1-Jan-05	40,000,000.0	46,446,089.2	6,446,089.2	935,367,872.4
1-Jul-05	40,000,000.0	46,768,393.6	6,768,393.6	942,136,266.0
1-Jan-06	40,000,000.0	47,106,813.3	7,106,813.3	949,243,079.3
1-Jul-06	40,000,000.0	47,462,154.0	7,462,154.0	956,705,233.3
1-Jan-07	40,000,000.0	47,835,261.7	7,835,261.7	964,540,494.9
1-Jul-07	40,000,000.0	48,227,024.7	8,227,024.7	972,767,519.7
1-Jan-08	40,000,000.0	48,638,376.0	8,638,376.0	981,405,895.7
1-Jul-08	40,000,000.0	49,070,294.8	9,070,294.8	990,476,190.5
1-Jan-09	40,000,000.0	49,523,809.5	9,523,809.5	1,000,000,000.0



Obligasi Tak Berbunga (Zero Coupon Bond)

- TM *Zero-coupon bond* obligasi yang tidak membayar bunga secara periodik tetapi hanya membayar sebesar nilai nominal pada saat jatuh tempo.
- TM Untuk menarik investor, obligasi ini dijual dengan diskon sangat besar sehingga disebut *deep-discount bond*.
- TM Harga wajar obligasi tak berbunga adalah nilai sekarang dari nilai nominal obligasi.

$$P = \frac{F}{(1 + i)^n}$$



Contoh 5

Sebuah obligasi tak berbunga yang bernilai nominal Rp 100.000.000 jatuh tempo dalam 10 tahun. Tentukan harga wajar obligasi jika investor mengharapkan yield $j_2 = 14\%$

Jawab:

$$F = \text{Rp } 100.000.000$$

$$n = 10 \text{ tahun}$$

$$i =$$

$$P = \frac{F}{(1+i)^n}$$

$$\frac{14\%}{2} = 7\%$$

$$P = \frac{\text{Rp } 100.000.000}{(1+7\%)^{20}}$$

$$P = \text{Rp } 25.841.900,28$$



Harga Obligasi Di Antara Dua Tanggal Pembayaran Bunga

- TM Transaksi jual beli terjadi di antara dua tanggal pembayaran bunga
- TM Investor harus menghitung bunga yang terkandung atau bunga terutang (*accrued interest*)

$$P_q = P_0 + f (P_1 - P_0)$$

Bunga terutang (*accrued interest*) = $AI = f \times C$

dan $P = P_q + AI$



dengan :

P_0 = Harga wajar obligasi pada tanggal pembayaran bunga terakhir

P_1 = Harga wajar obligasi pada tanggal pembayaran bunga berikutnya

f = jumlah hari yang telah lewat sejak tanggal pembayaran bunga terakhir dibagi dengan total jumlah hari antara dua tanggal pembayaran bunga

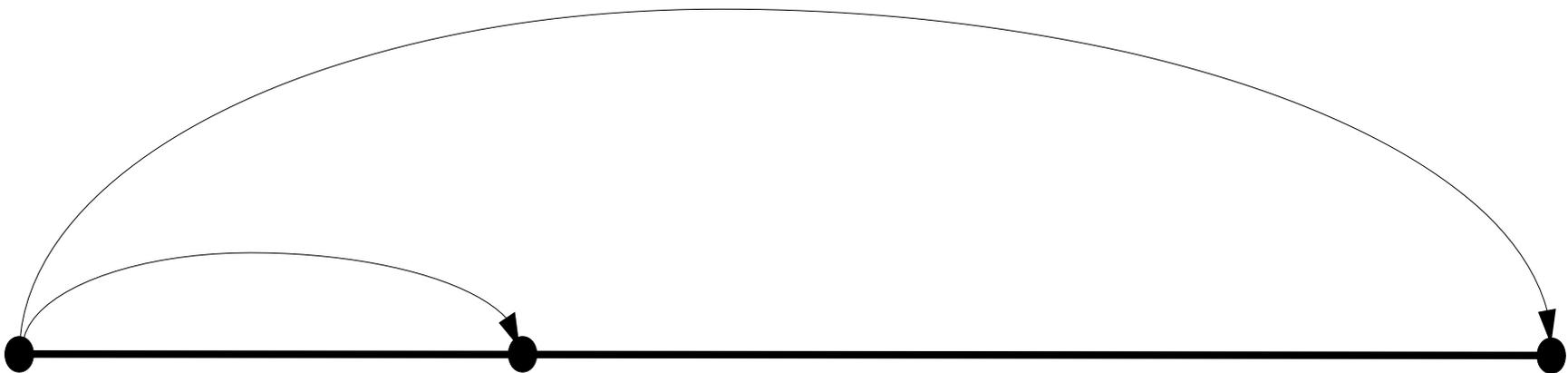
P_q = Harga penawaran obligasi di pasar (*market quotation*) dan tak termasuk bunga

P = Harga yang harus dibayarkan pembeli



Contoh 6

Sebuah obligasi bernilai nominal Rp 1 milyar dengan kupon $j_2 = 9,5\%$ dan jatuh tempo pada 15 Agustus 2014. Obligasi ini dijual pada tanggal 1 September 2004 dengan harga penawaran pasar (*market quotation*) 103,25. Berapa yang harus dibayar pembeli, jika bunga dibayar setiap tanggal 15 Februari dan 15 Agustus?



Jawab:

Tanggal-tanggal pembayaran: 15 Februari 2005 dan 15 Agustus 2004

Jumlah hari antara 15 Agustus 2004 dan 15 Februari 2005 adalah 184 hari

Jumlah hari antara 15 Agustus 2004 dan 1 September 2004 adalah 17 hari

Jadi, bunga terutang adalah :

$$AI = f \times C = f \times c \times F$$

$$AI = \frac{17}{184} \times 4,75\% \times \text{Rp}1.000.000.000 = \text{Rp} \\ 4.388.587$$

Harga yang harus dibayar pembeli adalah :

$$P = Pq + AI$$

$$P = \text{Rp} 1.032.500.000 + \text{Rp} 4.388.587$$

$$P = \text{Rp} 1.036.888.587$$



- TM Ada kalanya harga pasar sebuah obligasi diberikan tanpa dinyatakan *yield*.
- TM Metode yang biasa digunakan untuk mencari *yield* sama dengan metode untuk mencari tingkat bunga efektif pada anuitas, yaitu dengan interpolasi linier plus *trial and error*.

Contoh 10.9

Sebuah obligasi bernilai nominal Rp 500.000.000 dengan bunga $j_2 = 9,5\%$ dan jatuh tempo pada tanggal 1 Juli 2017 ditawarkan pada harga 109,5 per 1 Juli 2005. Hitunglah yield j_2 .



Jawab :

$$F = \text{Rp } 500.000.000$$

$$n = 12 \text{ tahun} = 24 \text{ semester}$$

Dengan *yield* $j_2 = 8\%$ atau $i = 4\%$:

$$Pq = \frac{(1 - (1 + i)^{-n}) C}{i} + \frac{F}{(1 + i)^n}$$

$$Pq = \frac{(1 - (1 + 4\%)^{-24})}{4\%} \text{Rp } 23.750.000 + \frac{\text{Rp } 500.000.000}{(1 + 4\%)^{24}}$$

$$Pq = \text{Rp } 362.115.374,6 + \text{Rp } 195.060.737,2 = \text{Rp } 557.176.111,8$$

Dengan *yield* $j_2 = 9\%$ atau $i = 4,5\%$:

$$Pq = \frac{(1 - (1 + 4,5\%)^{-24})}{4,5\%} \text{Rp } 23.750.000 + \frac{\text{Rp } 500.000.000}{(1 + 4,5\%)^{24}}$$

$$Pq = \text{Rp } 344.267.611,2 + \text{Rp } 173.851.736,8 = \text{Rp } 518.119.348$$



Kita mencari i yang memenuhi :

$$P_q = \frac{(1 - (1 + i\%)^{-24})}{i\%} \text{Rp } 23.750.000 + \frac{\text{Rp } 500.000.000}{(1 + i\%)^{24}} = 109,5 \times 500 \text{ juta}$$

$$P_q = \frac{(1 - (1 + i\%)^{-24})}{i\%} \text{Rp } 23.750.000 + \frac{\text{Rp } 500.000.000}{(1 + i\%)^{24}} = \text{Rp } 547.500.000$$

Jadi i berada di antara 4% dan 4,5%.

$$i = 4\% + \frac{(\text{Rp } 557.176.111,8 - \text{Rp } 547.500.000)}{(\text{Rp } 557.176.111,8 - \text{Rp } 518.119.348)} (4,5\% - 4\%)$$

$$i = 4\% + \frac{\text{Rp } 9.676.111,8}{\text{Rp } 39.056.763,8} (0,5\%)$$

$$i = 4,12385\% \text{ atau } j_2 = 8,247\%$$



**Thank you
for your attention**



Matematika Keuangan Dan Ekonomi



PENYUSUTAN



Pendahuluan

- TM Masa manfaat atau umur ekonomis aktiva tetap adalah terbatas.
- TM Penyusutan adalah alokasi biaya perolehan atau sebagian besar harga perolehan suatu aktiva tetap selama masa manfaat itu.
- TM Besar nilai yang dapat disusutkan adalah selisih antara harga perolehan dengan nilai sisa yaitu nilai aktiva itu pada akhir masa manfaatnya.
- TM Besar penyusutan ditentukan dengan metode:
1. Metode garis lurus (*straight line*)
 2. Metode saldo menurun (*declining balance*)
 3. Metode saldo menurun ganda (*double declining*)
 4. Metode jumlah angka tahun (*sum of the years' digit*)
 5. Metode unit produksi (*production unit*)



Notasi-notasi yang dipergunakan dalam menghitung penyusutan:

C = harga perolehan

S = nilai sisa (residu)

n = masa manfaat atau umur ekonomis

W = dasar penyusutan

R_k = biaya penyusutan pada tahun k

B_k = nilai buku pada akhir tahun k

D_k = akumulasi penyusutan pada akhir tahun k



Asumsi : kegunaan aktiva tetap mengalami penurunan secara linier atau tetap untuk setiap periode selama masa manfaatnya

$$R_k = \frac{C - S}{n}$$

$$D_k = k R_k$$

$$R_k = \frac{W}{n}$$

$$B_k = C - k R_k$$



Contoh 1

Pada tanggal 1 Januari 2004 PT Sukamakmur membeli sebuah mesin seharga Rp 40.000.000 untuk memperlancar produksinya. Umur ekonomis dari mesin tersebut diperkirakan 5 tahun dan nilai sisanya Rp 4.000.000. Hitunglah biaya penyusutan per tahun apabila digunakan metode garis lurus dan buatlah tabel penyusutan.

Jawab:

$$C = \text{Rp } 40.000.000$$

$$S = \text{Rp } 4.000.000$$

$$n = 5 \text{ tahun}$$

$$W = C - S$$

$$W = \text{Rp } 40.000.000 - \text{Rp } 4.000.000$$

$$W = \text{Rp } 36.000.000$$



$$R_k = \frac{W}{n}$$

$$R_k = \frac{\text{Rp } 36.000.000}{5}$$

$$R_k = \text{Rp } 7.200.000$$

Tahun	Dasar Penyusutan (W)	Penyusutan (Rk)	Akumulasi Penyusutan (Dk)	Nilai Buku (Bk)
	-	-	-	40.000.000
1	36.000.000	7.200.000	7.200.000	32.800.000
2	36.000.000	7.200.000	14.400.000	25.600.000
3	36.000.000	7.200.000	21.600.000	18.400.000
4	36.000.000	7.200.000	28.800.000	11.200.000
5	36.000.000	7.200.000	36.000.000	4.000.000



Metode Saldo Menurun

TM Biaya penyusutan menurun dari satu periode ke periode berikutnya, mengacu pada nilai bukunya

TM Terdapat tarif penyusutan d , yang diperoleh dari:

$$d = 1 - \sqrt[n]{\frac{S}{C}}$$

$$B_k = (1 - d)^k C$$

$$R_k = d B_{k-1}$$

$$D_k = C - (1 - d)^k C$$

TM Bila nilai buku terakhir diketahui (disebutkan), maka harus dilakukan pembulatan pada besar penyusutan

Akhir Tahun	Biaya Penyusutan	Nilai Buku Aktiva
1	$d C$	$C - C d = (1 - d) C$
2	$d (1 - d) C$	$(1 - d) C - d (1 - d) C = (1 - d)^2 C$
3	$d (1 - d)^2 C$	$(1 - d)^2 C - d (1 - d)^2 C = (1 - d)^3 C$
k	$d (1 - d)^{k-1} C$	$(1 - d)^{k-1} C - d (1 - d)^{k-1} C = (1 - d)^k C$



Contoh 2

Sebuah mobil dengan harga perolehan Rp 300.000.000 disusutkan dengan menggunakan metode saldo menurun dengan tarif 30%. Buatlah tabel penyusutan untuk 3 tahun pertama, kemudian hitunglah nilai buku pada akhir tahun ke-4 dan biaya penyusutan untuk tahun ke-5.

Jawab:

$$\begin{aligned} C &= \text{Rp } 300.000.000 \\ d &= 0,3 \end{aligned}$$



a. Tabel Penyusutan dengan Metode Saldo Menurun :

Akhir Tahun	Penyusutan	Akumulasi Penyusutan	Nilai Buku
	-	-	300.000.000
1	90.000.000	90.000.000	210.000.000
2	63.000.000	153.000.000	147.000.000
3	44.100.000	197.100.000	102.900.000

- b. Nilai buku pada akhir tahun ke-4 (B_4) dapat dihitung dengan menggunakan persamaan sebagai berikut :

$$\begin{aligned} B_4 &= (1 - d)^4 C \\ &= (1 - 0,3)^4 \text{ Rp } 300.000.000 \\ &= \text{Rp } 72.030.000 \end{aligned}$$

- c. Biaya penyusutan untuk tahun ke-5 (R_5) dapat dihitung dengan menggunakan persamaan :

$$\begin{aligned} R_5 &= d B_{5-1} \\ &= (0,3) B_4 \\ &= (0,3) \text{ Rp } 72.030.000 \\ &= \text{Rp } 21.609.000 \end{aligned}$$



Metode Saldo Menurun Ganda

- TM Saldo menurun yang menggunakan tarif penyusutan 2 kali tarif penyusutan garis lurus untuk masa manfaat yang sama.
- TM Jika masa manfaat suatu aktiva tetap adalah 5 tahun sehingga tarif penyusutan garis lurusnya 20%, maka tarif penyusutan saldo menurun ganda adalah 40%.

Contoh 3

- TM Sebuah peralatan dengan harga perolehan Rp 410.000.000 disusutkan selama 5 tahun. Nilai sisa peralatan ini setelah akhir masa manfaat diperkirakan adalah Rp 10.000.000. Buatlah tabel penyusutan lengkap jika digunakan metode penyusutan saldo menurun ganda.



Jawab:

$$\text{Tarif penyusutan} = 2 \times \frac{1}{5} \times 100 \% = 40 \%$$

Akhir Tahun	Penyusutan	Akumulasi Penyusutan	Nilai Buku Aktiva
	-	-	410.000.000
1	164.000.000	164.000.000	246.000.000
2	98.400.000	262.400.000	147.600.000
3	59.040.000	321.440.000	88.560.000
4	35.424.000	356.864.000	53.136.000
5	43.136.000*	400.000.000	10.000.000

* pembulatan untuk mendapatkan nilai sisa Rp 10.000.000



Metode Jumlah Angka Tahun

- TM Tarif penyusutan dalam metode ini adalah bilangan pecahan yang semakin lama semakin mengecil.
- TM Pembilang (numerator) pada pecahan tersebut adalah angka tahun yang ada selama masa manfaat aktiva tetap tersebut.
- TM Penyebut (denominator) pada pecahan tersebut adalah jumlah angka tahun yang ada.
- TM Misal : pembilang untuk tahun ke-2 adalah angka kedua sebelum angka terakhir yaitu 4, sedangkan penyebutnya adalah jumlah seluruh masa manfaat (jika masa manfaat 5 tahun, maka penyebutnya $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$)

Bila umur ekonomis sangat besar maka:
 S (denominator) = $(n/2)(1 + n)$



Untuk mencari R_k dapat digunakan persamaan :

$$R_k = \frac{n - k + 1}{s} (C - S)$$

Contoh 4

Pada tanggal 2 Januari 2002 PT Milenium membeli sebuah peralatan komputer seharga Rp 5.000.000 yang memiliki masa manfaat 5 tahun dengan nilai sisa Rp 500.000. Apabila perusahaan memakai metode jumlah angka tahun untuk menghitung biaya penyusutan, hitunglah biaya penyusutan setiap tahunnya dan tampilkan dalam tabel.



Jawab:

$$C = \text{Rp } 5.000.000$$

$$S = \text{Rp } 500.000$$

$$W = C - S = \text{Rp } 4.500.000$$

$$n = 5 \text{ tahun}$$

c. Biaya penyusutan tahun ketiga :

$$R_3 = \frac{3}{15}(\text{Rp } 4.500.000) \\ = \text{Rp } 900.000$$

a. Biaya penyusutan tahun pertama : d. Biaya penyusutan tahun keempat :

$$R_1 = \frac{5}{15}(\text{Rp } 4.500.000) \\ = \text{Rp } 1.500.000$$

$$R_4 = \frac{2}{15}(\text{Rp } 4.500.000) \\ = \text{Rp } 600.000$$

b. Biaya penyusutan tahun kedua :

$$R_2 = \frac{4}{15}(\text{Rp } 4.500.000) \\ = \text{Rp } 1.200.000$$

e. Biaya penyusutan tahun kelima :

$$R_5 = \frac{1}{15}(\text{Rp } 4.500.000) \\ = \text{Rp } 300.000$$



f. Tabel Penyusutan dengan Metode Jumlah Angka Tahun :

Tahun	Dasar Penyusutan	Penyusutan	Akumulasi Penyusutan	Nilai Buku
	-	-	-	5.000.000
1	4.500.000	1.500.000	1.500.000	3.500.000
2	4.500.000	1.200.000	2.700.000	2.300.000
3	4.500.000	900.000	3.600.000	1.400.000
4	4.500.000	600.000	4.200.000	800.000
5	4.500.000	300.000	4.500.000	500.000



Estimasi masa manfaat aktiva tetap dinyatakan dengan satuan unit produksi

$$\text{Tarif penyusutan} = \frac{\text{dasar penyusutan}}{\text{kapasitas produksi}} = \frac{C - S}{n}$$

Biaya penyusutan $R_k = \text{tarif} \times \text{jumlah produksi (pemakaian)}$

$$R_k = \text{tarif} \times (C - S)$$

$$R_k = \text{tarif} \times W$$



Sebuah mesin seharga Rp 15.000.000 diestimasikan memiliki masa manfaat selama 5 tahun dan nilai sisa Rp 2.500.000. Mesin tersebut diperkirakan mampu bekerja selama 20.000 jam. Jika diasumsikan unit produksi aktual dari mesin tersebut selama 5 tahun adalah : 5.000 jam, 4.500 jam, 3.900 jam, 3.500 jam, dan 3.100 jam, dan perusahaan memakai metode unit produksi dalam menghitung biaya penyusutan per tahun, hitunglah :

- a. Dasar penyusutan
- b. Tarif penyusutan per jam
- c. Biaya penyusutan per tahun dan tabelnya



$$C = \text{Rp } 15.000.000$$

$$S = \text{Rp } 2.500.000$$

a. Dasar penyusutan

$$W = C - S$$

$$W = \text{Rp } 15.000.000 - \text{Rp } 2.500.000$$

$$W = \text{Rp } 12.500.000$$

b. Tarif penyusutan per jam :

$$\text{Tarif} = \frac{W}{n} = \frac{\text{Rp } 12.500.000}{20.000 \text{ jam}} = \text{Rp } 625 \text{ per jam}$$



c. Tabel Penyusutan dengan Metode Unit Produksi :

Tahun	Produksi (jam)	Penyusutan	Akumulasi Penyusutan	Nilai Buku
	-	-	-	15.000.000
1	5.000	3.125.000	3.125.000	11.875.000
2	4.500	2.812.500	5.937.500	9.062.500
3	3.900	2.437.500	8.375.000	6.625.000
4	3.500	2.187.500	10.562.500	4.437.500
5	3.100	1.937.500	12.500.000	2.500.000



**Thank you
for your attention**

